[www.maturski.org](http://www.maturski.org)

SADRŽAJ

[**UVOD** 3](#_Toc297569622)

[**1.KVANTNA FIZIKA** 4](#_Toc297569623)

[1.1 STEFAN BOLTZMANOV ZAKON 12](#_Toc297569624)

[1.2 PLANKOV ZAKON 12](#_Toc297569625)

[1.3 Wienov zakon 14](#_Toc297569626)

[**2. TEORIJA KVANTNE FIZIKE** 14](#_Toc297569627)

[2.1 MATEMATIČKA FORMULACIJA 15](#_Toc297569628)

[2.2 PRIMENE KVANTNE FIZIKE 17](#_Toc297569629)

[2.3 FILOZOFSKE POSLEDICA 17](#_Toc297569630)

[**ZAKLJUČAK** 18](#_Toc297569631)

[**LITERATURA** 19](#_Toc297569632)

# UVOD

Izraz kvant (od latinskog quantum (množina quanta) = količina, mnoštvo, svota, iznos, deo) odnosi se na diskretne jedinice koje teorija pripisuje izvesnim fizičkim veličinama kao što su [energija](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B8%D1%98%D0%B0) i [moment impulsa](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82_%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D1%83%D0%BB%D1%81%D0%B0) (ugaoni moment) [atoma](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%82%D0%BE%D0%BC) . Otkriće da talasi mogu da se prostiru kao čestice, u malim energijskim paketima koji se nazivaju kvanti dovelo je do pojave nove grane fizike koja se bavi atomskim i subatomskim sistemima a koju danas nazivamo Kvantna fizika. Temelje kvantnoj fizici položili su u prvoj polovini dvadesetog veka [Verner Hajzenberg](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B5%D1%80_%D0%A5%D0%B0%D1%98%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D0%B1%D0%B5%D1%80%D0%B3), [Maks Plank](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%BA%D1%81_%D0%9F%D0%BB%D0%B0%D0%BD%D0%BA), [Luj de Broj](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D1%83%D1%98_%D0%B4%D0%B5_%D0%91%D1%80%D0%BE%D1%99), [Nils Bor](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B8%D0%BB%D1%81_%D0%91%D0%BE%D1%80), [Ervin Šredinger](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D1%80%D0%B2%D0%B8%D0%BD_%D0%A8%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B3%D0%B5%D1%80), [Maks Born](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%BA%D1%81_%D0%91%D0%BE%D1%80%D0%BD), [Džon fon Nojman](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%8F%D0%BE%D0%BD_%D1%84%D0%BE%D0%BD_%D0%9D%D0%BE%D1%98%D0%BC%D0%B0%D0%BD), [Pol Dirak](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB_%D0%94%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BA), [Albert Ajnštajn](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B1%D0%B5%D1%80%D1%82_%D0%90%D1%98%D0%BD%D1%88%D1%82%D0%B0%D1%98%D0%BD), [Volfgang Pauli](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D0%BB%D1%84%D0%B3%D0%B0%D0%BD%D0%B3_%D0%9F%D0%B0%D1%83%D0%BB%D0%B8) i brojni drugi poznati fizičari 20. veka. Neki bazični aspekti kvantne fizike još uvek se aktivno izučavaju.

Kvantna fizika je fundamentalnija teorija od klasične  [Njutnove](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D1%81%D0%B0%D0%BA_%D0%8A%D1%83%D1%82%D0%BD)  [fizike](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%85%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0)  i klasičnog [elektromagnetizma](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D0%B3%D0%BD%D0%B5%D1%82%D0%B8%D0%B7%D0%B0%D0%BC), u tom smislu da obezbeđuje preciznije objašnjenje koje klasične teorije jednostavno ne mogu da objasne na atomskom i subatomskom niovu. Kvantna fizika je neophodna da bi se objasnilo ponašanje sistema reda atoma ili manjeg. Na primer, ako bi Njutnova fizika objašnjavala ponašanje atoma, elektroni bi brzo išli prema jezgru i sudarali bi se sa njim. Međutim, u prirodi elektroni ostaju u stabilnim orbitama oko jezgra, na prvi pogled prkosivši klasičnom elektromagnetizmu.

Kvantna fizikaa je u početku razvijena da bi se objasnio atom, posebno spektar svetlosti koji su emitovali različite vrste atoma. Kvantna teorija atoma je izvela objašnjenje za ostanak elektrona u svojoj orbiti, što nije moglo biti objašnjeno [Njutnovim zakonima kretanja](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%8A%D1%83%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B8_%D0%B7%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B8_%D0%BA%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%B0%D1%9A%D0%B0) i klasičnim elektromagnetizmom.

# 1.KVANTNA FIZIKA

Tvorac kvantne fizike je Max Planck. 1900. je proučavao spektralne linije, boje topline emitirane iz crnog tijela. Crno tijelo je objekt koji kompletno apsorbira svu toplinsku radijaciju, doseže ravnotežnu temperaturu i zatim ponovno zrači apsorbiranu toplinu. Planck je otkrio nekontinuiranost zračenja energije te zračene topline crnog tijela, koji se odvijao u emisiji jednakih i konačnih provala paketa energije s jasnim frekvencijama. Planck je pretpostavio da su vibracije atoma u crnom tijelu bile izvor radijacije. Diskretne linije energetskog spektra bi se mogle jedino objasniti pobuđenošću atoma u više energetsko stanje zbog apsorpcije topline. Apsorbirana energija se ponovno otpušta zračenjem paketa elektromagnetske energije kada se atomi vraćaju u svoja temeljna stanja. Ti su paketi energije nazvani  kvantima, a energija paketa je proporcionalna frekvenciji zračenja. Planck-ov koncept kvanta energije je bio u sukobu s klasičnom Maxweell-ovom elektromagnetskom teorijom, koja je predviđala kretanje elektromagnetske energije u valovima, poprimajući bilo koje male količine energije, no sigurno ne kvantizirano. Trebali je niz godina dok se uticaj Planck-ovih otkrića nije konačno prihvatio i shvatio[[1]](#footnote-2). Planck je očekivao kako će netko drugi naći bolje objašnjenje od njegovih kvanta, no njih je međutim potvrdio Einstein u kvantima zračenja elektromagnetske energije u eksperimentima s fotelektričkim efektom, gdje je svijetlosne kvante nazvao fotonima. Ono što je zapravo Einstein dokazao, je činjenica da se svijetlost sastoji od čestica, fotona. Einstein je za svoj rad na fotoelektričkom efektu dobio Nobelovu nagradu.

1905 je Rutherford otkrio jezgru atoma, a 1913. je Niels Bohr, koji se radio s Rutherford-om, predložio model atoma sličan minijaturnom Sunčevom sustavu u kom elektroni orbitiraju oko jezgre, kao naši planeti oko Sunca. Putanje elektrona oko jezgre su sferični slojevi nazvani elektronskim ljuskama na diskretnim udaljenostima od jezgre.

Elektronska ljuska je bila odgovor Bohr-a na otkriće Max Planck-a, zaključivši kako bi atom mogao egzistirati samo s diskretnim skupom stabilnih energetskih stanja (elektrona - op. MK).

Objasnio je kako elektroni mogu samo orbitirati oko jezgre u danim ljuskama, no slobodno mogu kvantno skakati iz jedne ljuske u drugu. Kada elektron skače (kvantni skok) iz više ljuske (ljuske s višom energijom - op. prev)  na nižu ljusku (ljuska s nižom energijom  - op. MK), emitira se foton određene valne dužine (frekvencije - op. prev). Elektron ne putuje prostorom između ljusaka, već samo skače s jedne ljuske na drugu. Bohr je objasnio misterij zašto se elektroni ne sruše u jezgru rekavši kako je nemoguće 'prijeći' najnižu ljusku. Do danas kvantna fizika nije nikada bila u mogućnosti objasniti zašto su elektroni prisiljeni orbitirati u danoj ljusci; odgovor je jednostavan - to je magičnost kvantne fizike!

Louis de Broglie je 1924 postavio pitanje u svojoj doktorskoj dizertaciji ‘Recherches sur la théorie des quanta’ (Istraživanje o kvantnoj teoriji) ne bi li elektroni mogli u stvari biti i valovi? To je bilo uvođenje dualiteta vala-čestice u kvantnu fiziku. De Broglie je predložio kako bi se čestice (elektroni) mogle u jednim slučajevima promatrati kao čvrsti objekti, a u drugim slučajevima kao valovi.

Kvantna je fizika mogla modelirati to čudno dualističko ponašanje materije u konzistentnom matematičkom modelu, međutim nikada nije mogla objasniti zašto se elektron ili foton na primjer ponašaju jedamput kao čestica a u drugoj situaciji kao val. Kada se promatraju elektron ili foton kao čestica, sadržani su u ograničenom prostoru, međutim kada se promatraju kao val, on je svugdje jer se valovi šire u prostoru[[2]](#footnote-3). Pokušati to zamisliti je potpuno nemoguće! Stoga su nazvali taj val-česticu atomskom materijom wav(e)(part)icles (analogijom bi prijevod bio val(čest)ica) indicirajući njihovu dualističku prirodu.

Kvantna fizika je najčudnija fizika s kojom se suočio ovaj svijet. Otkriveno je kako na razini subatomskih čestica priroda prestaje biti deterministička. Sve do tog vremena Newton-ijanska fizika je pretpostavljala mogućnost određivanja svih svojstava i ponašanja naše fizikalne

realnosti, jer je pretpostavljala pokoravanje te realnosti dobro poznatim fizikalnim zakonima bez izuzetaka.

Kvantna je fizika dokazala kako je ta pretpostavka netočna za elementarne čestice, na mikrokozmičkoj razini. Na toj razini se priroda počinje ponašati nejasno i više nije ni u kom slučaju deterministička. Apsolutna sigurnost/izvjesnost o egzaktnom stanju i svojstvima čestice više nije odrediva; moguća je jedino kalkulacija u terminima statističke vjerojatnosti. Taj je princip postao poznat kao Heisenberg-ov princip neizvjesnosti, nazvan po Werner Heisenberg-u.

Izuzetno je važno shvatiti, kako ne-deterministička priroda subatomskih čestica nije uzrokom pomanjkanja točnosti mjernih instrumenata već je ona inherentno svojstvo same prirode. Na kvantnoj razini, elektroni skaču u orbite na višim elektronskim ljuskama s atomima bez ikavog očitog razloga. Kada skaču natrag na svoje osnovno stanje, emitira se foton (elektromagnetska svijetlosna energija). To je ponašanje uočljivo u svim našim elektroničkim uređajima, na primjer elektroničko pojačalo, kao šum. Slučajno ponašanje

prirode na kvantnoj razini je šokirala i zaintrigirala znanstvenike jer su uvijek vjerovali u Newton-ijanski aksiom o  pokoravanju prirode zakonima koji omogućavaju dobro predviđanje. Fizičari moraju sada živjeti s principom neizvjesnosti kvantne fizike. Einstein, koji u to nije mogao vjerovati, je jednom rekao: "Bog se ne kocka"!

Što uzrokuje te kvantne fluktuacije energije na kvantnoj razini, a što onemogućava predviđanje?

Erwin Schrödinger je postavio jednadžbu kako bi odredio ili brzinu (moment) ili točnu lokaciju elektrona u elektronskom oblaku (statističkom oblaku vjerojatnosti - op. prev.), konstatirajući kako se istovremeno ne može odrediti i brzina i lokacija prema principu neizvjesnosti. Znate ili poziciju elektrona a njegova brzina (moment) je neizvjesna ili ste pak odredili njegovu brzinu, no njegova lokacija će onda biti neizvjesna.

Za rješavanje te enigme dualističke prirode valice, čestice koja može biti i čestica i val, kvantni fizičari objašnjavaju taj paradoks, govoreći kako čestica samo imaginarno egzistira kao superpozicija svih mogućnosti.

U tom stanju čestica ima distribuciju vjerojatnosti sličnu valu, dok se ne promatra. Čim neki motritelj, u većini slučajeva znanstvenik u svom laboratoriju, mjeri česticu, kvantna stanja čestice kolabiraju. Superpozicija svih mogućnosti, kaže se, kolabira u samo jedno fizikalno stanje prije nego ga motritelj motri. Prije motrenja ona egzistira u transcendentalnom prostoru mogućnosti. Kada se promatra, ona se 'zamrzne' (kao zaustavljena filmska slika - op. prev.) u samo jednoj od svih mogućnosti.

To je postala famozna kopenhaška interpretacija kvantne fizike, koju je predložio Niels Bohr. Kopenhaška interpretacija kaže kako čin svijesnog motrenja motritelja uzrokuje kolabiranje kvantnog vala, kvantnu superpoziciju svih mogućnosti. Dakle prema onom što kvantni fizičari kažu, fizikalni realitet je subjektivan, motritelj igra aktivnu ulogu u onom što priroda manifestira. U kvatnom području subatomskih čestica mi smo ko-kreatori svoje vlastite realnosti!

Einstein je jednom rekao: "Nisam siguran je li mjesec još uvijek tamo kada okrenem glavu". Time je mislio kako kvantna znanost pretpostavlja egzistiranje našeg fizikalnog realiteta samo kada ga se promatra (stanje čestice), a materija se vraća u čisto energetsko stanje kada nitko ne pazi na nju (valno stanje).
Kvantna je fizika značila kraj Newton-ijanske objektivne i kauzalno determinističke realnosti, jer svijesno promatranje znanstvenika igra aktivnu ulogu u fizikalnim motrenjima.

Danas se to znanje počinje koristiti za razvoj tehnologija kvantne enkripcije (šifriranja) za prijenos informacija. Presretanje poruke se može otkriti samim aktom motrenja, a time bi i neautorizirani čitatelj do određene mjere promijenio sadržaj poruke.

Kvantna znanost predviđa postojanje tako zvanog ne-lokalnog učinka. Ne-lokalni učinci su učinci koji se događaju istovremeno između fizikalnih objekata separiranih u prostor-vremenu[[3]](#footnote-4). U tom slučaju nikakvo vrijeme nije uključeno između uzroka i učinka. To je potpuno protivno teoriji Einstein-a, po kojoj ništa u svemiru ne može prijeći brzinu svijetlosti.

Kada je prvi put čuo o predviđanju postojanja ne-lokalnih učinaka kvantne znanosti, nazvao ih je 'sablasnom akcijom na daljinu'. Jednostavno nije u to verovao.

U tekstu Einstein, Podolsky i Rosen, objavljenom 1935 oni predlažu tako zvanu Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) korelaciju kvantno isprepletenih čestica. Dvije čestice su isprepletene kada su im spregnuta kvantna stanja. Kvantno isprepletene čestice reagiraju kao jedno tijelo, naizgled nerazdvojeno. Kada kvantno stanje jedne čestice kolabira u klasično stanje, to čini i druga kolabirajući u potpuno isto stanje. Da bi se to dogodilo, potrebna je trenutna komunikacija između dviju čestica, drugim riječima, ne-lokalna. U EPR prijedlogu je Einstein pokušao pobiti ne-lokalnost kvantno isprepletenih čestica, tvrdnjom kako kvantna znanost mora biti nekompletna, pa je ponudio i alternativu s 'lokalno skrivenim varijablama'. 1964. je John Bell teorijski dokazao stvarnost ne-lokalnog učinka kvantno isprepletenih čestica, što je postalo poznato kao Bell-ov teorem.

Tako se komunikacija između isprepletenih čestica opet pretpostavila ne-lokalnom, a time i trenutnom. Ako se stanje jedne čestice promijeni, druga reflektira to isto stanje. Inžinjeri IBM-a su 1993. radili na kvantnoj teleportaciji korištenjem kvantne isprepletenosti kao svom kamenu temeljcu. Kvantna teleportacija je tehnika dematerijalizacije materije na jednoj lokaciji i 'faksiranje - elektroničko prenošenje' u kvantno stanje na drugom mjestu, kako bi se na njemu lokalno materijaliziralo. Iako ne očekujemo scene iz Star Trek znanstvene fantastike u skoroj budućnosti gdje se Scotty-a portira u matični brod US.Enterprise, ostaje činjenica o realnosti fenomena.

Ono na čemu rade IBM istraživači nije stvarna teleportacija same materije, već svojstava njenih kvantnih stanja. Teleportacija je dugo bila smatrana nemogućom jer bi mjerenje, scann-iranje originala prouzročilo kolabiranje kvantnog stanja i tako razorilo original, degradirajući ga na klasično stanje. Međutim, IBM znanstvenici su predložili  trik u kojem se scann-iranje ne događa u potpunom kvantnom stanju, već u pola klasičnom i pola kvantnom stanju, kako se ne bi prekršio kvantni princip neizvjesnosti.

U septembru 2004. BBC viesti su izvestile o proboju u kvantnoj teleportaciji, koju su ostvarili istraživači u Austriji. Oni su uspešno portirali kvantno isprepletene fotone na daljinu od 800 m preko Dunava u Beču, korištenjem optičkih vlakana. To je prvi takav događaj kojim je demonstrirana kvantna teleportacija izvan laboratorija.

Kvantna teleportacija je glavna karakteristika razvoja novog super tipa kompjutera koji koristi kvantnu kompjutaciju. Naši postojeći kompjuteri koriste binarna stanja u memoriji nazvana bitovi, za smpremanje podataka. Bit može imati vrijednost ili jedan ili nula. U kvantnoj kompjutaciji klasični su bitovi zamijenjeni s kvantnim bitovima ili qubit-ima. Qubiti, kada su u kvantnom stanju, zauzimaju superopizicijom obje vrijednosti (jedan i nula) u isto vrijeme. Dok su qubiti u kvantnom stanju, odvija se kompjutacija[[4]](#footnote-5). Kvantna teleportacija se koristi za pomicanje podataka (qubitova) iz jednog mjesta u memoriji u drugo, kao što se to događa i u današnjim kompjuterima. Na kraju kompjutacije kvantna stanja kompjuterske memorije kolabiraju u klasična stanja. Svi qubiti u memoriji će nakon toga imati klasične bit vrijednosti ili jedan ili nula! Prednost kvantnih kompjutera, ako bi se mogli konstruirati, je njihova mogućnost postizanja skoro beskonačnog stupnja paralelnih obrada što će ih učiniti ekstremno učinkovitim i brzim.

Ne-lokalnost i kvantno isprepletanje je postojalo samo u teoriji, sve dok Alan Aspect s Instituta za optiku Sveučilišta u Parizu 1982. nije prvi dokazao istinsko postojanje tih učinaka u svom laboratoriju. Uspio je porizvesti seriju fotona dvojčeka koji su bili slani u suprotnim smjerovima. Kvantno isprepleteni fotoni dvojčeki su putovali u svojim kvantnim stanjima, što znači kako su imali beskonačni broj smjerova spina svi u isto vrijeme kao kvantnu mogućnost. Kada se jedan od fotona presreo i mjerio, kvantno stanje spina fotona je kolabiralo u stanje klasičnog spina, koje se mogleo odrediti. U egzaktno isto vrijeme, dakle s nula vremenskom razlikom, mjeren je drugi foton dvojčeka, koji je kolabirao u potpuno isto klasično stanje spina kao i prvi foton, nezavisno o udaljenosti između dva fotona. Eksperiment je dokazao nužnost ne-

lokalne komunikacije između dva fotona, jer kako bi inače drugi foton znao točan spin svog blizanca.

To je otrkiće uzdrmalo znanstvenu zajednicu do srži. Ako su ne-lokalni učinci stvarni, mora postojati ili druga dimenzija hiperprostora, druge fizikalne ravnine postojanja izvan našeg fizikalnog svijeta gdje bi se ta ne-lokalna komunikacija dogodila ili je Einstein-ova pretpostavka o nepostojanju mogućnosti za ne-lokalni učinak u našem svemiru, tj. o nemogućnosti putovanja brzinom veće od brzine svijetlosti, kriva (1)

Nakon Aspect-ovog otkrića, pojavio se fizičar David Bohm sa Sveučilišta u Londonu s kompletno drugačijim objašnjenjem. Ono što vidimo kao dva odvojena fotona je možda iluzija, jer su fotoni sjedinjeni u za sada nepoznatoj razini u jedno. Pretpostavio je holografsku prirodu našeg svemira, objasnivši to prekrasno slijedećom analogijom. Pretpostavimo postojanje kamera kraj akvarija, jedne ispred akvarija, a druge sa strane. Pretpostavimo prikazivanje odvojenih slika dvije kamere koje snimaju plivajuću ribu gledatelju na dva odvojena ekrana. Gledatelj bi mogao zaključiti nakon intenzivnog proučavanja slika s dva ekrana, kako vidi dvije ribe koje plivaju sa sinkroniziranim pokretima (isprepletenim) jer druga riba reflektira svaki pokret prve ribe. Ono što je David Bohm sugerirao s ovom analogijom, je postojanje dublje razine realiteta, gdje dva fotona uopće nisu razdvojena. Predložio je implicitni red u svemiru, jednost na dubljoj razini, koja se raspliće prema van, razdvojenim stvarima.

Na prelazu je 19. u 20. v. u fizici postojalo nekoliko „kritičnih“ eksperimenata koji se ni na koji način nisu mogli objasniti u okviru dotadašnje klasične fizike. To su bili npr. problem zračenja crnoga tela, fotoelektrični efekt i Michaelson – Morleyev eksperiment. Njihov broj nije bio velik u usporedbi s uspesima koje je u tumačenju prirode imala fizika 19. veka, no njihovo se objašnjenje pokazalo vrlo „tvrdim orahom“ koji se nikako nije dao rešiti u okviru dotadašnjih spoznaja. Objašnjenje je ovih pokusa otvorilo tako vrata potpuno novom području fizike i potpuno novom kvantnomehaničkom pogledu na svet koji je imao iznimne kako prirodoznanstvene, tako i filozofske implikacije.

Jedan je od osnivača kvantne teorije njemački fizičar **Max Planck** (1858. – 1947.). On se od 1894. godine bavi problemom crnoga tijela u nastojanju da odgovori na pitanje kako intenzitet elektromagnetnoga zračenja crnoga tijela ovisi o frekvenciji zračenja i temperaturi crnoga tijela. U području su se visokih frekvencija rezultati eksperimenta slagali s relacijom koju je predložio **Wilhelm Wien**(1864. – 1928.), ali se Wienov zakon nije dobro slagao s eksperimentima u području niskih frekvencija. Niti se relacija koju je predložio lord Rayleigh, danas poznata kao Rayleigh – Jeansov zakon zračenja, nije slagala s rezultatima eksperimenta, s time da je neslaganje bilo osobito izraženo u području visokih frekvencija. Zato je u povijesti fizike to neslaganje poznato kao „ultraljubičasta katastrofa“, kako ga je nazvao **Paul Ehrenfest** (1880. – 1933.). U nastojanju da dobije zakon zračenja koji će se slagati s eksperimentalnim rezultatima Planck 1900. godine iznosi smionu pretpostavku o diskontinuiranosti energije. Smatra da izvor može zračiti energiju samo u diskretnim količinama – kvantima. Na toj je osnovi izveo zakon zračenja crnoga tijela, koji poznajemo kao Planckov zakon zračenja ili Planckovu relaciju. Ideja je kvantizacije energije bila temelj tumačenja svih atomskih pojava te su je primijenili Albert Einstein, na tumačenje fotoelektričnoga efekta, i Niels Bohr, na objašnjenje izgleda spektra vodikova atoma. Max Planck je 1918. dobio Nobelovu nagradu za fiziku.

Fotoelektrični se efekt istraživao od kraja 19. st., ali je njegovo teorijsko objašnjenje ponudio Einstein tek 1905. godine u radu *O jednom heurističkom gledištu koje se odnosi na tvorbu i pretvorbu svjetlosti*. On pretpostavlja da svjetlost, osim valne prirode, pokazuje i čestična svojstva, te drži da su fotoelektrični efekt, zračenje crnoga tijela i fotoluminiscencija povezani s nastankom i pretvorbama svjetlosti.

Drugi su veliki korak u razvoju kvantne mehanike bile osnove kvantnoga modela atoma, koje 1913. godine postavlja danski fizičar **Niels Bohr** (1885. – 1962.) u radu *O građi atoma i molekula*(*On the Constitution of Atoms and Molecules*)*.*Osim na svojem matičnom sveučilištu u Kopenhagenu Bohr je nekoliko godina radio zajedno s Rutherfordom na sveučilištu u Manchesteru, upravo u vrijeme Rutherfordova otkrića atomske jezgre. Godine 1915. Bohr objavljuje nekoliko radova o građi atoma i vodikovim spektrima pokušavajući povezati strukturu atoma, položaj elemenata u periodnom sustavu elemenata i izgled njihovih spektara. Velik su doprinos razumijevanju spektara kemijskih elemenata dali švicarski matematičar **Johann Balmer**(1825. – 1898), švedski fizičar **Johannes Rydberg** (1854. – 1919.) i njemački fizičar **Friedrich Paschen** (1865. – 1947.). Njihove je eksperimentalne rezultate i način nastanka linijskoga spektra objasnila Bohrova teorija i time bila jedan od temelja za nastanak cjelovite kvantne teorije. Daljnje je eksperimentalne potvrde Bohrova teorija dobila radovima **Jamesa Francka** (1882. – 1964.) i **Gustava Hertza** (1887. – 1975.) koji su dokazali postojanje kvantnih razina energije atoma. Za svoj je doprinos istraživanju strukture atoma Bohr 1922. godine nagrađen Nobelovom nagradom za fiziku, a 1958. godine primio je počasni doktorat Sveučilišta u Zagrebu.

##

## 1.1 STEFAN BOLTZMANOV ZAKON

**Ukupni intenzitet zracenja crnog tijela proporcionalan je cetvrtom stepenu apsolutne temperature.**

**I = σ T4**

**σ-  5.670 400(40)×10−8**[**W**](http://hr.wikipedia.org/wiki/Vat)**·**[**m**](http://hr.wikipedia.org/wiki/Metar)**-2·**[**K**](http://hr.wikipedia.org/wiki/Kelvin)**-4**

**Ako se npr. temp. tela poveca dva puta, intenzitet zracenja ce porasti 16 puta**[[5]](#footnote-6)**.**

##

## 1.2 PLANKOV ZAKON

**Plankov zakon** je jednačina koja nam kaže koliki je intezitet elektromagnetnog zračenja crnog tijela u zavisnosti od temperature i frekvencije, odnosno talasne dužine. Napisao ju je [Maks Plank](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%BA%D1%81_%D0%9F%D0%BB%D0%B0%D0%BD%D0%BA) [1901.](http://sr.wikipedia.org/wiki/1901.)

Plankov zakon izražen preko frekvencije :



isti zakon izražen preko talasne dužine :





Plankova distribucija u zavisnosti od temperature

|  |
| --- |
| 1.3 Wienov zakon |
| http://physics.mef.hr/Predavanja/Crno_tjl/strelica.jpg Možemo se upitati za koju valnu duljinu je intenzitet zračenja maksimalan |
| http://physics.mef.hr/Predavanja/Crno_tjl/strelica.jpg Odgovor ćemo dobiti deriviramo li intenzitet zračenja po jediničnoj valnoj duljini |
| http://physics.mef.hr/Predavanja/Crno_tjl/Wein.gif |
| http://physics.mef.hr/Predavanja/Crno_tjl/strelica.jpg To je Wienov zakon |
| http://physics.mef.hr/Predavanja/Crno_tjl/strelica.jpg Za Sunce: T=5300 K, lmax=550 nm |
| http://physics.mef.hr/Predavanja/Crno_tjl/strelica.jpg Za ljudsko tijelo: T=34oC =300K, lmax=9.44mm |

|  |
| --- |
|  |

# 2. TEORIJA KVANTNE FIZIKE

 Postoje brojne matematički ekvivalentne formulacije kvantne fizike. Jedna od najstarijih i najčešće korišćenih je transformaciona teorija koju je predložio [Pol Dirak](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB_%D0%94%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BA) a koja ujedinjuje i uopštava dve ranije formulacije, [matričnu mehaniku](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9C%D0%B0%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0_%D0%BC%D0%B5%D1%85%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0&action=edit&redlink=1) (koju je uveo [Verner Hajzenberg](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B5%D1%80_%D0%A5%D0%B0%D1%98%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D0%B1%D0%B5%D1%80%D0%B3)) i [talasnu mehaniku](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A2%D0%B0%D0%BB%D0%B0%D1%81%D0%BD%D0%B0_%D0%BC%D0%B5%D1%85%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0&action=edit&redlink=1) (koju je formulisao [Ervin Šredinger](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D1%80%D0%B2%D0%B8%D0%BD_%D0%A8%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B3%D0%B5%D1%80))[[6]](#footnote-7).

## 2.1 MATEMATIČKA FORMULACIJA

 U matematički rigoroznoj formulaciji kvantne fizike, razvijenoj od strane [Pola Diraka](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB_%D0%94%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BA) i [Džona fon Nojmana](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%8F%D0%BE%D0%BD_%D1%84%D0%BE%D0%BD_%D0%9D%D0%BE%D1%98%D0%BC%D0%B0%D0%BD), moguća stanja kvantnog sistema su predstavljena jediničnim vektorima (poznatim kao "vektori stanja") nastanjenim u [kompleksnom](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%BD%D0%B8_%D0%B1%D1%80%D0%BE%D1%98) [separabilnom](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A1%D0%B5%D0%BF%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%B8%D0%BB%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82&action=edit&redlink=1) [Hilbertovom prostoru](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%B8%D0%BB%D0%B1%D0%B5%D1%80%D1%82%D0%BE%D0%B2_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80) (poznatom pod imenom "prostor stanja"), definisanom do na kompleksni broj jedinične norme (fazni faktor). Drugim rečima, moguća stanja su tačke u [projektivnom prostoru](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%98%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%B8_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80&action=edit&redlink=1). Konkretna priroda ovog Hilbertovog prostora zavisi od sistema; na primer, prostor stanja za stanja položaja i impulsa je prostor [kvadratno-integrabilnih funkcija](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%BE-%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%B8%D0%BB%D0%BD%D0%B5_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%98%D0%B5&action=edit&redlink=1), dok je prostor stanja za spin jednog protona samo proizvod dve kompleksne ravni. Svaka opservabla je predstavljena [hermitskim operatorom](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A5%D0%B5%D1%80%D0%BC%D0%B8%D1%82%D1%81%D0%BA%D0%B8_%D0%BE%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80&action=edit&redlink=1) čiji je [domen](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D0%BD) [gust](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%93%D1%83%D1%81%D1%82&action=edit&redlink=1) u prostoru stanja u kome on deluje. Svako svojstveno stanje opservable odgovara [svojstvenom vektoru](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A1%D0%B2%D0%BE%D1%98%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%B8_%D0%B2%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80&action=edit&redlink=1) operatora, a pridružena [svojstvena vrednost](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A1%D0%B2%D0%BE%D1%98%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%B0_%D0%B2%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82&action=edit&redlink=1) odgovara vrednosti opservable u datom svojstvenom stanju. Ukoliko je spektar operatora diskretan, opservabla može da ima samo diskretne vrednosti iz datog spektra.

Vremenska evolucija kvantnog stanja je opisana [Šredingerovom jednačinom](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A8%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B3%D0%B5%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%D1%98%D0%B5%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B8%D0%BD%D0%B0&action=edit&redlink=1), u kojoj je [Hamiltonijan](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%BB%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B8%D1%98%D0%B0%D0%BD) [operator](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9E%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80_(%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0)&action=edit&redlink=1) koji generiše vremensku evoluciju.

 [Unutrašnji proizvod](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A3%D0%BD%D1%83%D1%82%D1%80%D0%B0%D1%88%D1%9A%D0%B8_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4&action=edit&redlink=1) dva vektora stanja je kompleksan broj poznat kao [amplituda verovatnoće](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%90%D0%BC%D0%BF%D0%BB%D0%B8%D1%82%D1%83%D0%B4%D0%B0_%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%9B%D0%B5&action=edit&redlink=1). Tokom merenja, verovatnoća da sistem pređe iz datog početnog stanja u dato krajnje stanje je određena kvadratom [apsolutne vrednosti](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BF%D1%81%D0%BE%D0%BB%D1%83%D1%82%D0%BD%D0%B0_%D0%B2%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82) amplitude verovatnoće između tih stanja. Mogući ishodi merenja su svojstvene vrednosti operatora - što objašnjava izbor hermitskih operatora čije su sve svojstvene vrednosti realne[[7]](#footnote-8). Raspodela verovatnoće za opservablu u datom stanju se nalazi [spektralnim razlaganjem](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A1%D0%BF%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BB%D0%BD%D0%B8_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BC&action=edit&redlink=1) njoj odgovarajućeg operatora. [Hajzenbergove relacije neodređenosti](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%B0%D1%98%D0%B7%D0%B5%D0%BD%D0%B1%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%BE%D0%B2%D0%B5_%D1%80%D0%B5%D0%BB%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%98%D0%B5_%D0%BD%D0%B5%D0%BE%D0%B4%D1%80%D0%B5%D1%92%D0%B5%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8) su predstavljene tvrđenjem da operatori izvesnih opservabli ne [komutiraju](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D1%83%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%98%D0%B0&action=edit&redlink=1).

 Šredingerova jednačina se odnosi na celu amplitudu verovatnoće, a ne samo na njenu apsolutnu vrednost. Dok apsolutna vrednost amplitude verovatnoće sadrži informaciju o verovatnoćama, njena [faza](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B7%D0%B0) sadrži informaciju o [interferenciji](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D1%82%D0%B5%D1%80%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D1%98%D0%B0) između kvantnih stanja. Ovo je uzrok talasnom ponašanju kvantnih stanja.

 Ispostavlja se da analitička rešenja Šredingerove jednačine postoje samo za mali broj modelnih hamiltonijana, od kojih su [kvantni harmonijski oscilator](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B8_%D1%85%D0%B0%D1%80%D0%BC%D0%BE%D0%BD%D0%B8%D1%98%D1%81%D0%BA%D0%B8_%D0%BE%D1%81%D1%86%D0%B8%D0%BB%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80&action=edit&redlink=1), čestica u kutiji, [jon](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%88%D0%BE%D0%BD) [molekula](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%83%D0%BB) [vodonika](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D0%B4%D0%BE%D0%BD%D0%B8%D0%BA) i [atom](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%82%D0%BE%D0%BC) vodonika najvažniji predstavnici. Čak i atom [helijuma](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%98%D1%83%D0%BC), koji ima samo jedan [elektron](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BD) više od atoma vodonika, prkosi svim pokušajima potpunog analitičkog tretmana. Postoji više tehnika za dobijanje približnih rešenja. Na primer, u metodu poznatom kao [teorija perturbacije](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%98%D0%B0_%D0%BF%D0%B5%D1%80%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B1%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%98%D0%B5&action=edit&redlink=1) koriste se analitički rezultati jednostavnog kvantnog modela da bi se dobili rezultati komplikovanijeg modela koji se od jednostavnog modela razlikuje u, na primer, dodatku slabe [potencijalne energije](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%82%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D1%98%D0%B0%D0%BB%D0%BD%D0%B0_%D0%B5%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B8%D1%98%D0%B0). Još jedan metod je "semi-klasična" aproksimacija koja se koristi kod sistema kod kojih kvantni efekti proizvode mala odstupanja od klasičnog ponašanja. Odstupanja se mogu izračunati na osnovu klasičnog kretanja. Ovaj pristup je važan u oblasti [kvantnog haosa](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B8_%D1%85%D0%B0%D0%BE%D1%81&action=edit&redlink=1).

 Alternativna formulacija kvantne fizike je preko [Fajnmanovih integrala po trajektorijama](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D1%98%D0%BD%D0%BC%D0%B0%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B8_%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BB%D0%B8_%D0%BF%D0%BE_%D1%82%D1%80%D0%B0%D1%98%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%98%D0%B0%D0%BC%D0%B0&action=edit&redlink=1), u kojoj je kvantno-fizička amplituda suma po svim mogućim kvantnim trajektorijama između početnog i krajnjeg stanja; ovo je kvanto-fizički analogon [principa najmanjeg dejstva](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%BF_%D0%BD%D0%B0%D1%98%D0%BC%D0%B0%D1%9A%D0%B5%D0%B3_%D0%B4%D0%B5%D1%98%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0&action=edit&redlink=1) u klasičnoj mehanici.

## 2.2 PRIMENE KVANTNE FIZIKE

 Kvantna fizika uspeva izvanredno uspešno da objasni brojne fizičke pojave u prirodi. Na primer osobine [subatomskih čestica](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%83%D0%B1%D0%B0%D1%82%D0%BE%D0%BC%D1%81%D0%BA%D0%B5_%D1%87%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%86%D0%B5) od kojih su sačinjeni svi oblici materije mogu biti potpuno objašnjene preko kvantne fizike. Isto, kombinovanje atoma u stvaranju molekula i viših oblika organizacije materije može se dosledno objasniti primenom kvantne fizike iz čega je izrasla [kvantna hemija](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0_%D1%85%D0%B5%D0%BC%D0%B8%D1%98%D0%B0&action=edit&redlink=1), jedna od disciplina [fizičke hemije](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%87%D0%BA%D0%B0_%D1%85%D0%B5%D0%BC%D0%B8%D1%98%D0%B0).

 Relativistička kvantna fizika, u principu, može da objasni skoro celokupnu hemiju. Drugim rečima, nema pojave u hemiji koja ne može da bude objašnjena kvantnofizičkom teorijom[[8]](#footnote-9).

## 2.3 FILOZOFSKE POSLEDICA

 Zbog brojnih rezultata koji protivureče intuiciji kvantna fizika je od samog zasnivanja inicirala brojne filozofske debate i tumačenja. Protekle su decenije pre nego što su bili prihvaćeni i neki od temelja kvantne fizike poput [Bornovog](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%BA%D1%81_%D0%91%D0%BE%D1%80%D0%BD) tumačenja [amplitude verovatnoće](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%90%D0%BC%D0%BF%D0%BB%D0%B8%D1%82%D1%83%D0%B4%D0%B0_%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%9B%D0%B5&action=edit&redlink=1).

# ZAKLJUČAK

Osnovni cilj ovog projekta rada je da pojasni i definiše pojam kvantne fizike. Takođe, pokušala sam da prikažem osnovna svojstva, podelu i uticaj kvantne fizike.

Međutim, najvažniji i praktični deo rada odnosi se na sam pojam kvantne fizike kao i njene stvaraoce.

Koristeći dva izvora informacija ( knjige i internet ) o kvantnoj fizici a takođe i mojim interesovanjem i željom da što dublje predstavim ovaj projekat, mislim da sam doprinela kvalitetu ovog rada.

# LITERATURA

1. [P. A. M. Dirac](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB_%D0%94%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BA), *The Principles of Quantum Mechanics* (1930) -- the beginning chapters provide a very clear and comprehensible introduction
2. Marvin Chester, *Primer of Quantum Mechanics*, 1987, John Wiley, N.Y. [http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%81%D0%B5%D0%B1%D0%BD%D0%BE:BookSources/0486428788](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%81%D0%B5%D0%B1%D0%BD%D0%BE%3ABookSources/0486428788)
3. Slobodan Macura, Jelena Radić-Perić, ATOMISTIKA, Fakultet za fizičku hemiju Univerziteta u Beogradu/Službeni list, Beograd, 2004. (stara kvantna teorija i većina utemeljivaćkih eksperimentata)
4. www.fizikagroup.com
5. www.wikipedia.rs

[www.maturski.org](http://www.maturski.org)

1. [*P. A. M. Dirac*](http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB_%D0%94%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BA)*, The Principles of Quantum Mechanics (1930) -- the beginning chapters provide a very clear and comprehensible introduction,pg:256-261* [↑](#footnote-ref-2)
2. *Marvin Chester, Primer of Quantum Mechanics, 1987, John Wiley, N.Y.* [↑](#footnote-ref-3)
3. *Slobodan Macura, Jelena Radić-Perić, ATOMISTIKA, Fakultet za fizičku hemiju Univerziteta u Beogradu/Službeni list, Beograd, 2004. (stara kvantna teorija i većina utemeljivaćkih eksperimentata),str:111* [↑](#footnote-ref-4)
4. *Slobodan Macura, Jelena Radić-Perić, ATOMISTIKA, Fakultet za fizičku hemiju Univerziteta u Beogradu/Službeni list, Beograd, 2004. (stara kvantna teorija i većina utemeljivaćkih eksperimentata),str:95-114* [↑](#footnote-ref-5)
5. [*Max Jammer*](http://sr.wikipedia.org/w/index.php?title=Max_Jammer&action=edit&redlink=1)*, "The Conceptual Development of Quantum Mechanics" (McGraw Hill Book Co., 1966)* [↑](#footnote-ref-6)
6. *www.wikipedia.rs* [↑](#footnote-ref-7)
7. *Albert Messiah, Quantum Mechanics (Vol. I), English translation from French by G. M. Temmer, fourth printing 1966, North Holland, John Wiley & Sons.pg:58* [↑](#footnote-ref-8)
8. *www.fizikagroup.com* [↑](#footnote-ref-9)